

1 Синхротронное излучение

Пусть $\vec{v} \perp \vec{B}$. Радиус кривизны траектории

$$R = \frac{pc}{eB} \quad R[m] = \frac{p[GeV]}{0.3B[T]}.$$

Частота обращения

$$\omega_0 = \frac{v}{R} = \frac{eBc}{E}.$$

Мощность излучения

$$I = \frac{2}{3} \frac{e^2 c}{R^2} \gamma^4 = \frac{2}{3} \frac{e^4}{m^4} p^2 B^2 \quad (\gamma \gg 1).$$

Для электрона

$$I = \frac{2}{3} c \frac{r_e}{R^2} \left(\frac{p}{m_e} \right)^4 m_e.$$

Потеря за оборот ($t = \text{"turn"}$)

$$I_t[keV] = \frac{2\pi R}{c} I = \frac{90 E^4[GeV]}{R[m]}.$$

Например: LEP $L = 28$ км, $E = 50$ ГэВ $\Rightarrow I_t = 125$ МэВ.

Характерный угол излучения

$$\theta = \frac{1}{\gamma} = \frac{m}{E} \simeq 10^{-5},$$

т.е. практически по касательной к траектории.

Для справки: спектральная мощность излучения

$$\frac{dI_t}{d\omega} = \alpha \gamma F\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right) \quad \omega_c[keV] = \frac{3}{2} \gamma^3 \omega_0 = 2.22 \frac{E^3[GeV]}{R[m]}$$

(LEP: $\omega_c = 60$ кэВ).

$$F(y) = \sqrt{3} y \int_y^\infty K_{5/3}(x) dx,$$

$K_{5/3}$ - модифицированная ф.-ия Бесселя 3-го рода, или ф.-ия Макдональдса.

$$\omega \ll \omega_c : \quad \frac{dI_t}{d\omega} \approx 3.3 \alpha \left(\frac{\omega R}{c} \right)^{1/3}$$

$$\omega \gg \omega_c : \quad \frac{dI_t}{d\omega} \approx \sqrt{\frac{3\pi}{2}} \alpha \gamma \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^{1/2} e^{-\omega/\omega_c}.$$

$$\begin{aligned}\langle N_\gamma \rangle_t &= \frac{5\pi}{\sqrt{3}}\alpha\gamma \approx 6600 \text{ (LEP)} \\ \langle \omega \rangle &= \frac{8}{15\sqrt{3}}\omega_c \approx 19 \text{ КэВ (LEP)}.\end{aligned}$$